

## 2. Прохождение сигнала и шума через приёмный тракт

В курсе «Основы приёма и обработки сигналов» была рассмотрена задача определения чувствительности радиоприёмного устройства. В результате были получены соотношения, позволяющие рассчитать отношение сигнал-шум на выходе блока высокой частоты (БВЧ) приёмника по известным шумовым характеристикам приёмника и мощности принимаемого сигнала. Однако отношение сигнал-шум на выходе БВЧ – это ещё не окончательная характеристика качества приёма слабых сигналов на фоне шума. Качество приёма определяется статистическими характеристиками процесса на выходе приёмника в целом. К таким характеристикам относятся, например, следующие:

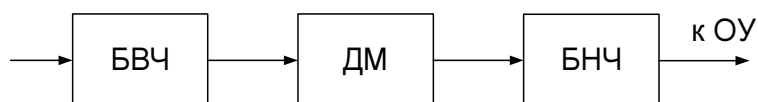
- отношение сигнал-шум на выходе демодулятора сигнала (или на выходе блока низкой частоты);
- вероятность правильного обнаружения сигнала и вероятность ложного срабатывания обнаружителя (вероятность ложного обнаружения);
- вероятность правильного различения двух или нескольких сигналов;
- среднеквадратичная погрешность выделения полезного сигнала из смеси с шумом.

Напомним, что в соответствии с общей структурной схемой приёмник состоит из трёх основных блоков (рис. 2.1):

- блока высокой частоты (БВЧ);
- демодулятора (ДМ);
- блока низкой частоты (БНЧ).

Для определения статистических величин, характеризующих качество приёма сигнала, необходимо уметь анализировать прохождение смеси сигнала и шума через каждый из этих блоков. Этому кругу вопросов и будет посвящён данный раздел курса.

Сначала коротко рассмотрим основные особенности анализа прохождения смеси сигнала и шума через блоки приёмника.



**Рис 2.1. Укрупнённая структурная схема радиоприёмника**

**БВЧ** – линейное инерционное устройство (поскольку напряжения сигнала и шума малы). Поэтому для него справедлив принцип суперпозиции: мы можем отдельно проанализировать прохождение сигнала и шума через БВЧ, а затем рассмотреть сумму процессов на выходе блока. При анализе прохождения шума через БВЧ будем считать, что БВЧ – нешумящий, а на его входе действует приведённый шум. Приведённый входной шум является стационарным нормальным случайным процессом. Ширина его спектра много больше полосы пропускания БВЧ, поэтому мы будем считать его белым шумом.

При прохождении нормального случайного процесса через линейный блок его распределение вероятностей не меняется. Поэтому шум на выходе БВЧ также будет нормальным. Однако, поскольку БВЧ – узкополосное устройство, то это будет уже не широкополосный, а узкополосный случайный процесс. Такой процесс имеет вид квазигармонического (т.е. «почти гармонического») колебания (рис. 2.2).

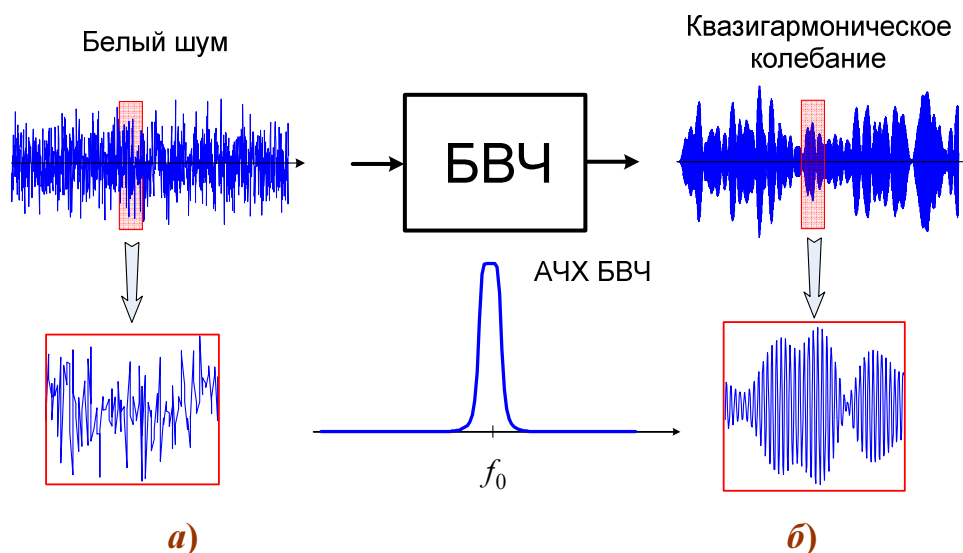


Рис 2.2. Шум на входе (а) и выходе (б) узкополосного БВЧ

**Демодулятор** – нелинейное устройство. Поэтому закон распределения шума на выходе демодулятора отличается от нормального. Его статистические характеристики зависят как от статистических характеристик шума на входе демодулятора, так и от амплитуды сигнала.

Анализ прохождения выходного колебания демодулятора через **БНЧ** существенно зависит от структуры оконечной части РПУ. Поэтому в дальнейшем мы либо будем не учитывать БНЧ, либо считать его идеальным низкочастотным фильтром с прямоугольной АЧХ.

## 2.1. Статистические характеристики шума на выходе БВЧ

Рассмотрим прохождение шумовой составляющей входного колебания через БВЧ.

Поскольку шум на выходе БВЧ является стационарным нормальным случайным процессом с нулевым средним значением, то его распределение вероятностей полностью характеризуется автокорреляционной функцией (АКФ). Следовательно, анализ прохождения шума через БВЧ сводится к расчёту его АКФ. Для решения этой задачи воспользуемся теоремой Винера-Хинчина, известной из курса «Статистическая радиотехника» [1]. В соответствии с этой теоремой АКФ  $K(\tau)$  связана с «математическим», двусторонним, энергетическим спектром шума  $G_M(\omega)$  преобразованием Фурье<sup>\*)</sup>:

$$G_M(\omega) = \mathcal{F}\{K(\tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (\text{прямое преобразование}),$$

$$K(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{G_M(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_M(\omega)e^{j\omega\tau} d\omega \quad (\text{обратное преобразование}).$$

«Математический» энергетический спектр – двусторонний, он определён как для положительных, так и для отрицательных значений круговой частоты  $\omega$ . В инженерной практике принято характеризовать распределение мощности шума по частоте односторонним, «физическим», спектром, определённым только для положительных частот  $f$ . Поэтому, прежде всего, рассмотрим соотношение между «математическим» и «физическим» спектром, а затем преобразуем выражение для АКФ таким образом, чтобы в него входил «физический» спектр.

Поскольку «физический» спектр определён только для положительных частот, то его уровень вдвое больше, чем «математического» (рис. 2.3):

$$G_\Phi(f) = 2G_M(2\pi f).$$

Следовательно, «математический» спектр определяется выражением

---

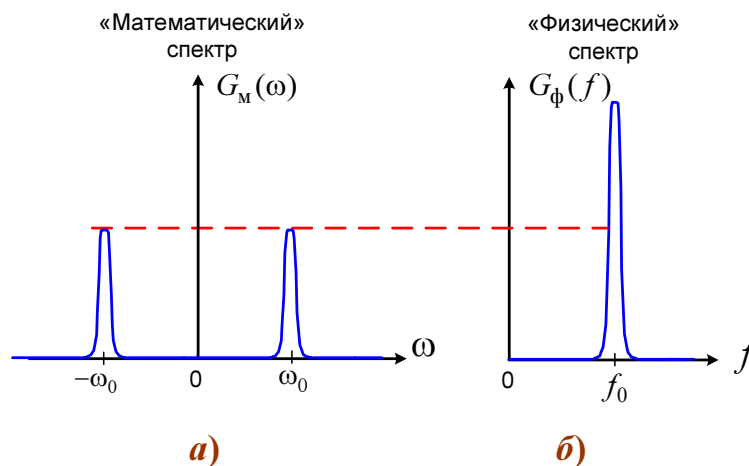
<sup>\*)</sup> Здесь  $G_M(\omega)$  – двусторонний «математический» энергетический спектр, характеризующий распределение по частоте дисперсии шума (т.е. мощности шума, выделяемой на сопротивлении нагрузки 1 Ом).

$$G_M(\omega) = \frac{1}{2} G_\Phi \left( \frac{|\omega|}{2\pi} \right).$$

С учётом чётности функций  $G_M(\omega)$  и  $\cos \omega\tau$  и нечётности функции  $\sin \omega\tau$  АКФ шума на выходе БВЧ равна

$$\begin{aligned} K(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_M(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_M(\omega) \cos \omega\tau d\omega + j \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_M(\omega) \sin \omega\tau d\omega = \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} G_M(\omega) \cos \omega\tau d\omega = \int_0^{\infty} G_\Phi(f) \cos(2\pi f\tau) df. \end{aligned}$$

Полученное выражение для АКФ в дальнейшем будет использовано для определения статистических характеристик процесса на выходе демодулятора. Это выражение справедливо при произвольной форме энергетического спектра шума.



**Рис 2.3. «Математический» (а) и «физический» (б) спектр узкополосного шума на выходе БВЧ**

Шум на выходе БВЧ является узкополосным случайным процессом. Если при этом АЧХ БВЧ симметрична, то можно получить приближённое, но более удобное для практических расчётов выражение для АКФ. Для этого представим АЧХ в виде  $K(f) = K_0 \kappa(f)$ , где  $\kappa(f)$  – нормированная АЧХ<sup>\*)</sup>,  $K_0$  – максимальный коэффициент усиления БВЧ по напряжению. Тогда «физический» энергетический спектр шума на выходе БВЧ будет равен

$$G_\Phi(f) = G_0 K_0^2 \kappa^2(f),$$

<sup>\*)</sup>  $\kappa$  – греческая буква «каппа».

где  $G_0$  – спектральная плотность дисперсии белого шума на входе БВЧ. В этом случае АКФ шума на выходе БВЧ определяется выражением

$$K(\tau) = \int_0^{\infty} G_{\phi}(f) \cos(2\pi f \tau) df = G_0 K_0^2 \int_0^{\infty} \kappa^2(f) \cos(2\pi f \tau) df .$$

Поскольку БВЧ узкополосный, то удобно перейти от его нормированной АЧХ к нормированной АЧХ его низкочастотного эквивалента  $\kappa_{\text{НЧ}}(F)$ . В случае симметричной АЧХ БВЧ  $\kappa_{\text{НЧ}}(F)$  является чётной функцией. С учётом этого выражение для АКФ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} K(\tau) &= G_0 K_0^2 \int_0^{\infty} \kappa^2(f) \cos(2\pi f \tau) df = G_0 K_0^2 \int_{-f_0}^{\infty} \kappa_{\text{НЧ}}^2(F) \cos(2\pi f_0 \tau + 2\pi F \tau) dF \approx \\ &\approx G_0 K_0^2 \left\{ \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \kappa_{\text{НЧ}}^2(F) \cos(2\pi F \tau) dF \right] \cos(2\pi f_0 \tau) - \right. \\ &\quad \left. - \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \kappa_{\text{НЧ}}^2(F) \sin(2\pi F \tau) dF \right] \sin(2\pi f_0 \tau) \right\} = \\ &= 2G_0 K_0^2 \left[ \int_0^{\infty} \kappa_{\text{НЧ}}^2(F) \cos(2\pi F \tau) dF \right] \cos(2\pi f_0 \tau) . \end{aligned}$$

Таким образом, АКФ на выходе БВЧ имеет характер произведения некоторой медленно изменяющейся функции переменной  $\tau$  на быстро изменяющуюся функцию  $\cos(2\pi f_0 \tau)$ . По аналогии с амплитудно-модулированным сигналом медленно изменяющийся сомножитель называют *огибающей АКФ*.

Представим огибающую АКФ в виде  $U_{\text{ш}}^2 \psi(\tau)$ , где  $U_{\text{ш}}^2 = K(0)$  – дисперсия шума на выходе БВЧ;  $\psi(\tau)$  – огибающая нормированной АКФ. Тогда

$$K(\tau) = U_{\text{ш}}^2 \psi(\tau) \cos(2\pi f_0 \tau) .$$

В дальнейшем, при анализе прохождения смеси сигнала и шума через демодулятор, нам понадобится выражение для огибающей нормированной АКФ. Поэтому найдём нормированную АКФ шума на выходе БВЧ, а затем – её огибающую. Нормированная АКФ равна

$$\rho(\tau) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{K(\tau)}{K(0)} = \frac{2G_0K_0^2 \int_0^\infty \kappa_{\text{НЧ}}^2(F) \cos(2\pi F\tau) dF}{U_{\text{ш}}^2} \cos(2\pi f_0\tau) = \psi(\tau) \cos(2\pi f_0\tau).$$

Поскольку дисперсия шума на выходе БВЧ равна

$$U_{\text{ш}}^2 = G_0K_0^2\Pi_{\text{ш}},$$

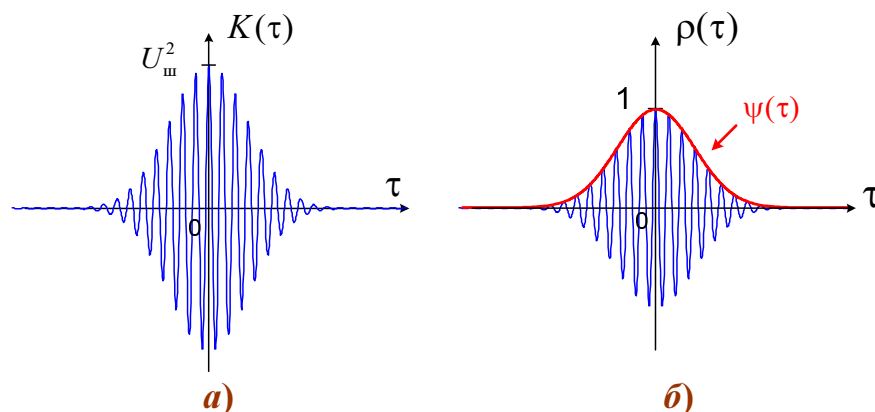
то огибающую нормированной АКФ можно записать в следующем виде:

$$\psi(\tau) = \frac{2G_0K_0^2 \int_0^\infty \kappa_{\text{НЧ}}^2(F) \cos(2\pi F\tau) dF}{G_0K_0^2\Pi_{\text{ш}}} = \frac{2}{\Pi_{\text{ш}}} \int_0^\infty \kappa_{\text{НЧ}}^2(F) \cos(2\pi F\tau) dF.$$

Таким образом, мы представили АКФ шума на выходе БВЧ в виде произведения трёх сомножителей – дисперсии, огибающей нормированной АКФ и высокочастотного заполнения:

$$K(\tau) = U_{\text{ш}}^2 \psi(\tau) \cos(2\pi f_0\tau)$$

и получили выражение для функции  $\psi(\tau)$ . На этом анализ прохождения шума через узкополосный БВЧ заканчивается. Типичная АКФ квазигармонического шума и соответствующая ей огибающая нормированной АКФ показаны на рис. 2.4.



**Рис 2.4. АКФ квазигармонического шума (а); нормированная АКФ и её огибающая (б)**

### Литература

1. **Карташёв В.Г., Шалимова Е.В.** Основы теории случайных процессов. М.: изд-во МЭИ, 2005.